

CHƯƠNG III: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

?1 Nhắc lại các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1:

Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Kiểm tra nghiệm của có thỏa mãn điều kiện của ẩn hay không rồi kết luận.

1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bước 1:

Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.

Bước 2: Giải hệ phương trình

Bước 3: Kiểm tra nghiệm của hệ có thỏa mãn điều kiện của ẩn hay không rồi kết luận.

VD 1: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng 2 lần chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục 1 đơn vị và nếu viết hai chữ số ấy theo thứ tự ngược lại thì được một số mới (có hai chữ số) bé hơn số cũ 27 đơn vị.

PP GIẢI

Lập bảng tóm tắt bài toán

	Chữ số hàng chục	Chữ số hàng đơn vị	Số có hai chữ số
Ban đầu	x	y	$10x + y$
Lúc sau	y	x	$10y + x$
Quan hệ các đại lượng	$2y - 1 = x$ $xy = yx + 27$		

Giải

Gọi x là chữ số hàng chục, y là chữ số hàng đơn vị,

Điều kiện $0 < x \leq 9; 0 < y \leq 9$

Ta có số cần tìm là $10x + y$.

Vì hai lần chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 1 đơn vị ta có phương trình: $2y = x + 1 \Leftrightarrow -x + 2y = 1$. (1)

Khi viết theo thứ tự ngược lại ta được số mới là $10y + x$.

Vì số mới bé hơn số cũ là 27 đơn vị nên ta có phương trình: $10x + y = 10y + x + 27 \Leftrightarrow x - y = 3$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases} \text{ thỏa ĐK}$$

Vậy số cần tìm là 74

VD 2: Một chiếc xe tải đi từ TP. Hồ Chí Minh đến TP. Cần Thơ, quãng đường dài 189km. Sau khi xe tải xuất phát 1 giờ, một chiếc xe khách bắt đầu đi từ TP. Cần Thơ về TP. Hồ Chí Minh và gặp xe tải sau khi đã đi được 1 giờ 48 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải 13km.

PP GIẢI

Lập bảng tóm tắt bài toán

	Vận tốc	Thời gian đi	Quãng đường
Xe tải	x	$1\text{h} + \frac{9}{5}\text{h} = \frac{14}{5}\text{giờ}$	$\frac{14}{5}x$
Xe khách	y	$1\text{h}48' = \frac{9}{5}\text{giờ.}$	$\frac{9}{5}y$
Quan hệ các đại lượng	$x + 13 = y$ $\frac{14}{5}x + \frac{9}{5}y = 189$		

Giải

Gọi vận tốc xe tải là x km/h, vận tốc xe khách là y km/h. ĐIỀU KIỆN $x > 0, y > 0$.

Xe khách đi được: $1\text{h}48' = \frac{9}{5}\text{giờ.}$

Xe tải đã đi: $1\text{h} + \frac{9}{5}\text{h} = \frac{14}{5}\text{giờ}$

xe tải đi được: $\frac{14}{5}x$ (km);

xe khách đi được: $\frac{9}{5}y$ (km)

Đáp án:

Vì mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải là 13 km nên ta có phương trình:

$$x + 13 = y \Leftrightarrow x - y = -13 \quad (1).$$

Mặc khác tại vị trí gặp nhau, tổng quãng đường 2 xe đi được chính là quãng đường từ TPHCM đến TP Cần Thơ nên ta có phương trình:

$$\frac{14}{5}x + \frac{9}{5}y = 189$$

$$\Leftrightarrow 14x + 9y = 945 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x - y = -13 \\ 14x + 9y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 49 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy vận tốc của xe tải là 36 km/h,

Vận tốc của xe khách là 49 km/h.

2. Một số Bài toán về giải toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài toán tìm số

Tìm 2 số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

PP GIẢI: Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

B1: Chọn ẩn, đặt điều kiện thích hợp.

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.

Lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.

B2: Giải hệ phương trình.

B3: Kiểm tra trong các nghiệm tìm được nghiệm nào thỏa mãn điều kiện, nghiệm nào không thỏa mãn, rồi trả lời.

Chú ý: Nếu a chia b được thương là q số dư là r thì ta có biểu diễn: $a=b.q+r$

Giải

Gọi số lớn là x, số bé là y; $(x, y \in \mathbb{N}; x > y > 124)$

Vì tổng của 2 số cần tìm là 1006 nên ta có phương trình: $x + y = 1006$ (1)

Mặt khác khi lấy số lớn chia cho số bé thì được thương là 2 và số dư là 124 nên ta có phương trình: $x = 2y + 124$ $x - 2y = 124$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1006 \\ x - 2y = 124 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $x = 294, y = 712$ thỏa đk

Vậy 2 số tự nhiên cần tìm là: 712 và 294

Bài toán về hoàn thành công việc

Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày phần việc đội A làm được nhiều gấp rưỡi đội B. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm đoạn đường đó trong bao lâu?

Giải:

Gọi x (ngày) là thời gian đội A một mình làm xong công việc ($x > 24$),

Gọi y (ngày) là thời gian đội B một mình làm xong công việc ($y > 24$)

Trong 1 ngày, đội A làm được $\frac{1}{x}$ CV, đội B làm được $\frac{1}{y}$ CV, cả hai đội làm được $\frac{1}{24}$ CV.

Vậy ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$ (1).

Năng suất mỗi ngày đội A gấp rưỡi đội B nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 40; y = 60$ thoả mãn ĐIỀU KIỆN.

Vậy đội A làm một mình xong công việc trong 40 ngày, đội B làm một mình xong công việc trong 60 ngày.

Một số Bài toán cổ

BÀI 29:

Giải bài toán cổ sau:

Quýt, cam mười bảy quả tươi

Đem chia cho một trăm người cùng vui.

Chia ba mỗi quả quýt rồi

Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.

Trăm người, trăm miếng ngọt lành.

Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao ?

PP GIẢI

Gọi số cam là x , số quýt là y . Điều kiện x, y là số nguyên dương.

"Quýt, cam mười bảy quả tươi" nên tổng số quả cam và quýt là 17 quả, ta có phương trình: $x + y = 17$ (1)

"Chia ba mỗi quả quýt rồi" nghĩa là mỗi quả quýt chia làm ba miếng nên y quả quýt thì có số miếng quýt là: $3y$ (miếng)

"Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh" nghĩa là 1 quả cam chia làm 10 miếng nên x quả cam thì có số miếng cam là: $10x$ (miếng)

"Trăm người, trăm miếng ngọt lành" nghĩa là sau khi chia cam và quýt thì ta có tất cả 100 miếng, nên ta có phương trình: $10x + 3y = 100$ (2)

Lập hệ phương trình và giải hệ phương trình

(Bài toán cổ Ẩn Độ).

Số tiền mua 9 quả thanh yên và 8 quả táo rừng thơm là 107 rupi. Số tiền mua 7 quả thanh yên và 7 quả táo rừng thơm là 91 rupi. Hỏi giá mỗi quả thanh yên và mỗi quả táo rừng thơm là bao nhiêu rubi ?

PP GIẢI

Gọi x (rupi) là giá tiền mỗi quả thanh yên, y (rupi) là giá tiền mỗi quả táo rừng thơm. (Điều kiện $x > 0, y > 0$).

Số tiền mua 9 quả thanh yên là: $9x$ (rupi)

Số tiền mua 8 quả táo rừng thơm là: $8y$ (rupi)

Tổng số tiền là 107rupi nên ta có: $9x + 8y = 107$

Số tiền mua 7 quả thanh yên là $7x$ (rupi)

Số tiền mua 7 quả táo rừng thơm là: $7y$ (rupi)

Tổng số tiền là 91rupi nên ta có: $7x + 7y = 91$

Lập hệ phương trình và giải hệ phương trình

Bài toán vòi nước chảy

Bài 32/SGK

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể ?

PP GIẢI

+) Quy ước chảy đầy bể là 1

+) Một vòi chảy đầy bể trong x giờ thì trong 1 giờ chảy được $\frac{1}{x}$ bể.

$$4\frac{4}{5}h = \frac{24}{5}h$$

Gọi x (giờ) là thời gian để một mình vòi thứ nhất chảy đầy bể.

y (giờ) là thời gian để một mình vòi thứ hai chảy đầy bể

Trong 1 giờ, vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Suy ra trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể)

Theo đề bài, cả hai vòi cùng chảy đầy bể sau $\frac{24}{5}h$ nên trong 1 giờ cả hai vòi cùng chảy được $\frac{5}{24}$ bể.

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$ (1)

Trong 9 giờ, vòi thứ nhất chảy được $9 \cdot \frac{1}{x}$ bể.

Trong $\frac{6}{5}$ giờ cả hai vòi chảy được $\frac{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ bể.

Theo đề bài, vòi thứ nhất chảy 9h sau đó mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ đầy

bể nên ta có phương trình: $9 \cdot \frac{1}{x} + \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1$

Lập hệ phương trình và giải hệ phương trình

Bài toán thống kê

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	*	15	*

Em hãy tìm lại các số trong hai ô đó.

PP GIẢI

Theo thứ tự từ trái qua phải, ta gọi số thứ nhất bị mờ là x, số thứ hai bị mờ là y.

Điều kiện $x > 0, y > 0$

Số lần bắn là 100 nên ta có: $25 + 42 + x + 15 + y = 100$

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm nên ta có:

$$\frac{10.25 + 9.42 + 8x + 7.15 + 6y}{100} = 8,69$$

Lập hệ phương trình và giải hệ phương trình

Bài toán mua hàng

Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng ?

PP GIẢI

Số tiền phải trả khi đã có thuế = số tiền khi chưa có thuế + số tiền thuế.

Giả sử không kể thuế VAT người đó phải trả x triệu đồng cho loại hàng thứ nhất, y triệu đồng cho loại hàng thứ hai. (Điều kiện: $x, y > 0$)

* Số tiền thuế phải trả cho loại hàng thứ nhất là: $10\%x = 0,1x$ (triệu đồng)

Tổng số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất (kể cả thuế) là: $x + 0,1x = 1,1x$ (triệu đồng)

Số tiền thuế phải trả cho loại hàng thứ hai là: $8\%y = 0,08y$ (triệu đồng)

Tổng số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai (kể cả thuế) là: $y + 0,08y = 1,08y$ (triệu đồng)

Theo đề bài, tổng số tiền phải trả lúc này là 2,17 triệu đồng, nên ta có phương trình: $1,1x + 1,08y = 2,17$

* Số tiền mua cả hai loại hàng khi chưa có thuế là: $x + y$ (triệu đồng)

Số tiền thuế phải trả cho cả hai loại hàng với mức thuế 9% là:

$$9\%(x + y) = 0,09(x + y)$$

Tổng số tiền phải trả (kể cả thuế), là: $(x + y) + 0,09(x + y) = 1,09(x + y)$

Theo đề bài, tổng số tiền phải trả lúc này là 2,18 triệu đồng, nên ta có phương trình: $1,09(x + y) = 2,18$

Lập hệ phương trình và giải hệ phương trình.